

© International Baccalaureate Organization 2026

All rights reserved. No part of this product may be reproduced in any form or by any electronic or mechanical means, including information storage and retrieval systems, without the prior written permission from the IB. Additionally, the license tied with this product prohibits use of any selected files or extracts from this product. Use by third parties, including but not limited to publishers, private teachers, tutoring or study services, preparatory schools, vendors operating curriculum mapping services or teacher resource digital platforms and app developers, whether fee-covered or not, is prohibited and is a criminal offense.

More information on how to request written permission in the form of a license can be obtained from <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organisation du Baccalauréat International 2026

Tous droits réservés. Aucune partie de ce produit ne peut être reproduite sous quelque forme ni par quelque moyen que ce soit, électronique ou mécanique, y compris des systèmes de stockage et de récupération d'informations, sans l'autorisation écrite préalable de l'IB. De plus, la licence associée à ce produit interdit toute utilisation de tout fichier ou extrait sélectionné dans ce produit. L'utilisation par des tiers, y compris, sans toutefois s'y limiter, des éditeurs, des professeurs particuliers, des services de tutorat ou d'aide aux études, des établissements de préparation à l'enseignement supérieur, des fournisseurs de services de planification des programmes d'études, des gestionnaires de plateformes pédagogiques en ligne, et des développeurs d'applications, moyennant paiement ou non, est interdite et constitue une infraction pénale.

Pour plus d'informations sur la procédure à suivre pour obtenir une autorisation écrite sous la forme d'une licence, rendez-vous à l'adresse <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.

© Organización del Bachillerato Internacional, 2026

Todos los derechos reservados. No se podrá reproducir ninguna parte de este producto de ninguna forma ni por ningún medio electrónico o mecánico, incluidos los sistemas de almacenamiento y recuperación de información, sin la previa autorización por escrito del IB. Además, la licencia vinculada a este producto prohíbe el uso de todo archivo o fragmento seleccionado de este producto. El uso por parte de terceros —lo que incluye, a título enunciativo, editoriales, profesores particulares, servicios de apoyo académico o ayuda para el estudio, colegios preparatorios, desarrolladores de aplicaciones y entidades que presten servicios de planificación curricular u ofrezcan recursos para docentes mediante plataformas digitales—, ya sea incluido en tasas o no, está prohibido y constituye un delito.

En este enlace encontrará más información sobre cómo solicitar una autorización por escrito en forma de licencia: <https://ibo.org/become-an-ib-school/ib-publishing/licensing/applying-for-a-license/>.



Matemáticas: Análisis y Enfoques Nivel Superior Prueba 1

14 de mayo de 2026

Zona A tarde | Zona B tarde | Zona C tarde

Número de convocatoria

2 horas

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para el alumnado

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba no se permite el uso de ninguna calculadora.
- Sección A: conteste todas las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Sección B: conteste todas las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Escriba su número de convocatoria en la parte delantera del cuadernillo de respuestas, y adjúntelo a este cuestionario de examen y a su portada utilizando los cordeles provistos.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.
- Se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de Matemáticas: Análisis y Enfoques NS** para esta prueba.
- La Puntuación máxima para esta prueba de examen es **[110 puntos]**.



No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento y/o en explicaciones. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

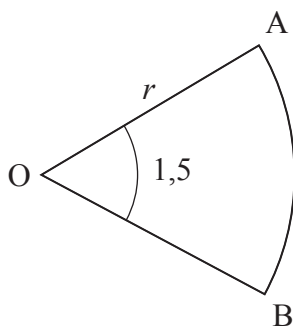
Sección A

Conteste **todas** las preguntas. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. De ser necesario, se puede continuar desarrollando la respuesta en el espacio que queda debajo de las líneas.

1. [Puntuación máxima: 6]

El sector circular AOB de radio r cm, donde $\hat{AOB} = 1,5$ radianes, se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



- (a) (i) Halle una expresión que dé la longitud del arco AB en función de r .
- (ii) A partir de lo anterior, halle una expresión que dé el perímetro del sector circular AOB en función de r . [2]
- (b) Sabiendo que el perímetro del sector circular AOB es igual a 14 cm, halle el valor de r . [2]
- (c) A partir de lo anterior, halle el área del sector circular AOB . [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 1: continuación)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



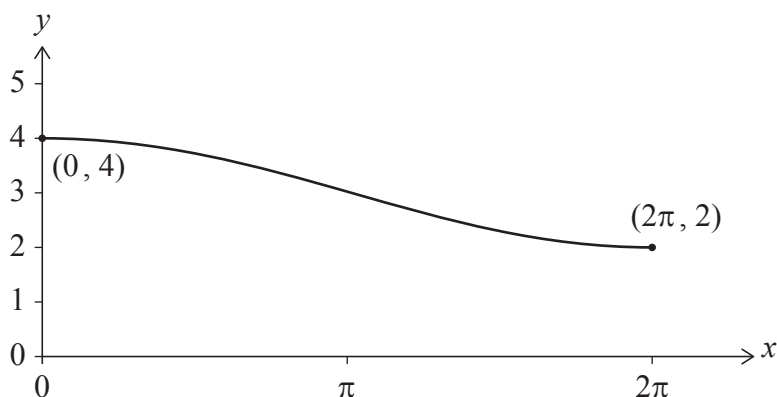
16EP03

Véase al dorso

2. [Puntuación máxima: 6]

Considere la función $f(x) = 3 + \cos bx$ para $0 \leq x \leq 2\pi$, donde $b \in \mathbb{R}^+$.

En la siguiente figura se muestra el gráfico de $y = f(x)$.



Los puntos $(0, 4)$ y $(2\pi, 2)$ son, respectivamente, el máximo y el mínimo del gráfico de $y = f(x)$.

(a) Muestre que $b = \frac{1}{2}$. [1]

(b) Halle el área de la región que está delimitada por el gráfico de $y = f(x)$, los ejes de coordenadas y la recta $x = 2\pi$. [5]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



3. [Puntuación máxima: 6]

Las funciones f y g se definen así:

$$f(x) = x^2 + 5x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$g(x) = e^x - 10, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Halle el valor de x para el cual $(f \circ g)(x) = 50$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

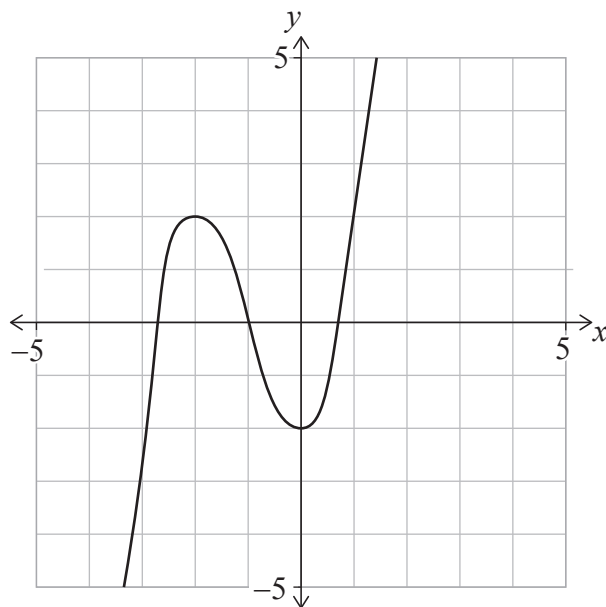
.....



4. [Puntuación máxima: 6]

Considere la función $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$, donde $x \in \mathbb{R}$.

La siguiente figura muestra una parte de la curva $y = f(x)$.



Una de las raíces de la ecuación $f(x) = 0$ es $x = -1$.

(a) Halle los valores de las otras dos raíces de la ecuación $f(x) = 0$. [4]

(b) A partir de lo anterior, escriba las tres raíces de la ecuación $f\left(\frac{x}{2}\right) = 0$. [2]

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



5. [Puntuación máxima: 6]

Consider

$$\sum_{n=2}^8 \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right) = \ln\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \ln\left(1 - \frac{1}{3}\right) + \dots + \ln\left(1 - \frac{1}{8}\right), \text{ donde } n \in \mathbb{Z}^+.$$

- (a) Muestre que $\sum_{n=2}^8 \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right) = -\ln a$, donde a es una constante por determinar, $a \in \mathbb{Z}^+$. [5]
- (b) A partir de lo anterior, escriba el valor de $\sum_{n=2}^{2026} \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right)$. [1]

[illegible]

6. [Puntuación máxima: 5]

Un comité, formado por 3 docentes y 2 estudiantes, se elige de entre 5 docentes y 4 estudiantes.

Halle el número de comités distintos que se pueden formar, sabiendo que hay 2 estudiantes concretos que no pueden estar juntos en el comité.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



7. [Puntuación máxima: 7]

Pruebe mediante inducción matemática que $n^3 + 5n$ es múltiplo de 6 para $n \in \mathbb{Z}^+$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



8. [Puntuación máxima: 7]

La curva C viene dada por $2y + 3xy^2 - 2x^2 + 4 = 0$, para $x \geq \sqrt{2}$.

(a) Halle $\frac{dy}{dx}$ en función de x e y . [4]

El punto $P(2, -1)$ pertenece a C . Una partícula viaja a lo largo de C de modo tal que, en P , la razón de cambio instantánea de la coordenada y respecto al tiempo es igual a -6 unidades por segundo.

(b) Halle la razón de cambio de la coordenada x respecto al tiempo en P. [3]

[illegible]

9. [Puntuación máxima: 7]

Resuelva la ecuación diferencial $xy \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$, sabiendo que para $x = 2$, $y = 0$.

Dé la respuesta en la forma $y^2 = f(x)$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....



No escriba soluciones en esta página.

Sección B

Conteste **todas** las preguntas en el cuadernillo de respuestas provisto. Empezee una página nueva para cada respuesta.

10. [Puntuación máxima: 15]

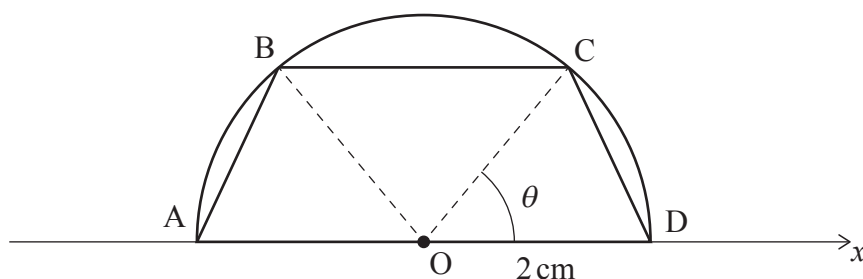
El trapecioide $ABCD$ está inscrito en un semicírculo de 2 cm de radio y con centro en O .

El lado paralelo más largo $[AD]$ coincide con el diámetro del semicírculo.

El trapecioide está definido por el ángulo θ , que resulta de girar el radio en sentido contrario a las agujas del reloj respecto al eje x positivo, donde $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$.

Toda esta información se representa en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



El área del trapecioide se puede considerar que es la suma de las áreas de tres triángulos.

- (a) Halle el área del trapecioide para $\theta = \frac{\pi}{6}$. [4]
- (b) Halle una expresión que dé el área del trapecioide, $A(\theta)$, en función de θ . Dé la respuesta en la forma $a \sin \theta + b \sin 2\theta$, donde $a, b \in \mathbb{Z}^+$. [3]
- (c) (i) Halle $A'(\theta)$.
(ii) A partir de lo anterior, halle el área máxima que puede tener el trapecioide. [6]

Considere el caso en el que θ se va acercando a $\frac{\pi}{2}$.

- (d) (i) Describa qué efecto tiene esto sobre la forma de $ABCD$.
(ii) El área de $ABCD$ se va acercando al valor k . Halle el valor de k . [2]



No escriba soluciones en esta página.

11. [Puntuación máxima: 17]

Considere la función $f(x) = \frac{-x-7}{x^2+4x+3}$, donde $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -3$, $x \neq -1$.

(a) Utilice fracciones parciales para mostrar que $f(x)$ se puede expresar así: $\frac{2}{3+x} - \frac{3}{1+x}$. [3]

(b) Muestre que el área de la región delimitada por el gráfico de $y = f(x)$, el eje x y las rectas $x = 0$ y $x = 1$ es igual a $\ln \frac{9}{2}$. [5]

(c) Muestre que el desarrollo de la potencia de un binomio para $f(x)$ hasta —e incluido— el término en x^2 es $-\frac{7}{3} + \frac{25}{9}x - \frac{79}{27}x^2$. [4]

(d) (i) Utilice el resultado del apartado (c) para hallar un valor aproximado de $\int_0^1 f(x) dx$.
 (ii) A partir de lo anterior, escriba el área de la región delimitada por el eje x , el gráfico de $y = -\frac{7}{3} + \frac{25}{9}x - \frac{79}{27}x^2$ y las rectas $x = 0$ y $x = 1$. [3]

El valor de $\ln \frac{9}{2}$, redondeando a tres cifras significativas, es 1,50.

(e) Determine si la aproximación que da el desarrollo de la potencia de un binomio es una subestimación o una sobrestimación del área que se halló en el apartado (b). Justifique su respuesta. [2]



No escriba soluciones en esta página.

12. [Puntuación máxima: 22]

Considere el polinomio cuadrático $Q(z) = z^2 - 2\sqrt{3}z + 4$, donde $z \in \mathbb{C}$.

(a) Halle las raíces de $Q(z) = 0$,

(i) En forma cartesiana

(ii) En forma módulo-argumental

[6]

Considere ahora el polinomio $P(z) = z^6 + 64$, donde $z \in \mathbb{C}$.

(b) Resuelva $P(z) = 0$. Dé las respuestas en forma módulo-argumental.

[5]

(c) Sitúe las raíces de la ecuación $P(z) = 0$ en un diagrama de Argand. Rotule con claridad cada raíz así: $z_1, z_2, \dots, z_6$, donde z_2 es la raíz situada en el eje imaginario positivo.

[2]

(d) Verifique que $z^2 + 4$ es un factor de $P(z)$.

[2]

El polinomio $P(z)$ se puede escribir como el producto de tres factores cuadráticos con coeficientes reales.

(e) Halle los otros dos factores cuadráticos de $P(z)$.

[4]

Se dibujan segmentos de recta que van desde z_2 hasta cada una de las otras raíces.

(f) Halle la suma de las longitudes de estos segmentos de recta.

[3]



Advertencia:

Los contenidos usados en las evaluaciones del IB a menudo provienen de fuentes externas auténticas. Las opiniones expresadas en ellos pertenecen a sus autores y/o editores, y no reflejan necesariamente las del IB. En ocasiones, se incluyen empresas, productos o personas ficticios. Cualquier parecido con entidades reales es pura coincidencia. Todas las marcas o marcas registradas (™ o ®) incluidas se utilizan únicamente con fines ilustrativos, y su uso no implica ninguna afiliación con el IB ni aprobación por parte del IB.



16EP15

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en
esta página no serán corregidas.



16EP16